EXERCICE 7 :

Une entreprise est en situation de concurrence pure et parfaite sur le marché d'un produit donné. En courte période, le coût total de production varie en fonction de la quantité produite selon la relation : $CT = Q^3 - 8Q^2 + 64Q + 144$.

a- Calculer et représenter sur un graphique le CM, Cm, CVM de l'entreprise considérée.

b- Analyser le comportement de l'entrepreneur rationnel qui, en courte période, cherche à réaliser le maximum de profit. Calculer le montant du profit réalisé.

c- Vérifier graphiquement et par calcul que le profit total réalisé est maximal.

d- Lettre en évidence la courbe de courte période de l'entreprise.

Solution de l'exercice n° 7 :

a- Les coûts de l'entreprise :

- Calcul du coût moyen :

Le coût moyen de l'entreprise représente le coût supporté par la production d'une unité du produit, soit : $CM = \frac{CT}{Q} = \frac{Q^3 - 8Q^2 + 64Q + 144}{Q} = Q^2 - 8Q + 64 + \frac{144}{Q}$.

Exemple de calcul : $Q = 1 \Rightarrow CM = 1 - 8 + 64 + 144 = 201$.

$$Q = 2 \Rightarrow CM = 4 - (8\times2) + 64 + \frac{144}{2} = 124. \text{ Etc.}$$

- Calcul du coût marginal :

Le coût de l'entreprise est égal à la dérivée de la fonction de coût total par rapport à la quantité produite, $Cm = 3Q^2 - 16Q + 64$.

Exemple de calcul : $Q = 1 \Rightarrow Cm = 3 - 16 + 64 = 51$.

$$Q = 2 \Rightarrow Cm = (3\times4) - (16\times + 64 = 44. \text{ Etc.}$$

- Calcul du coût variable :

Le coût variable total est égal à la différence entre le coût total et le coût fixe total, soit :

$CVT = CT - CF = (Q^3 - 2Q^2 + 64Q + 144) - 144 = Q^3 - 8Q^2 + 64Q$.

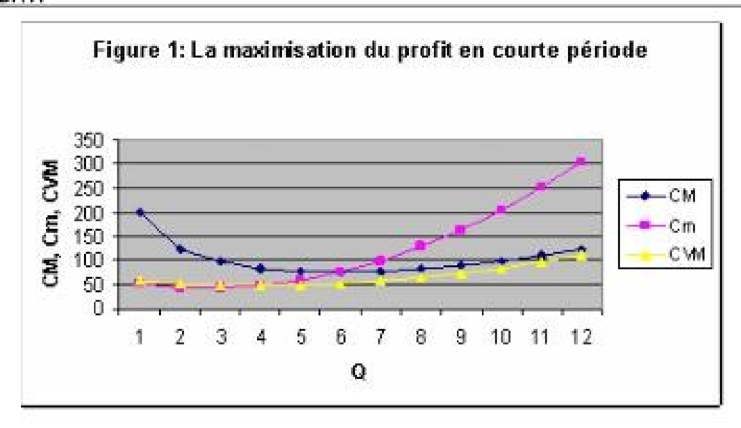
$CVM = \frac{CVT}{Q} = Q^2 - 8Q + 64$.

Exemple de calcul : $Q = 1 \Rightarrow CVM = 1 - 8 + 64 = 57$.

$$Q = 2 \Rightarrow CVM = 4 - (8\times2) + 64 = 52.$$

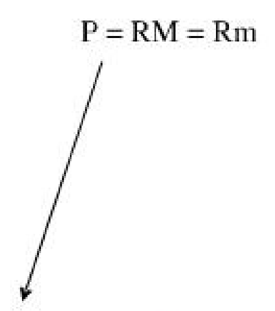
Le tableau ci-dessous regroupe les différentes valeurs de Q ainsi obtenues :

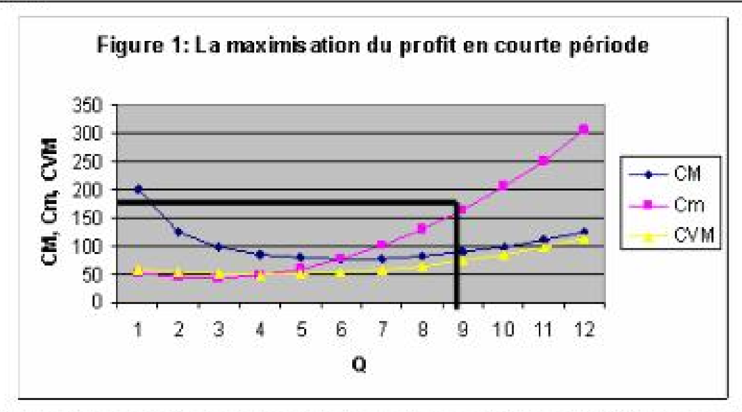
Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
CM	201	124	97	84	77,8	76	77,57	82	89	98,4	110,09	124
Cm	51	44	43	48	59	76	99	128	163	204	251	304
CVM	57	52	49	48	49	52	57	64	73	84	97	112



b- L'entrepreneur cherche à réaliser le maximum de profit total (∏T). Il cherche donc à maximiser la différence qui existe entre la recette totale et le coût total (∏T = RT – CT).
L'entreprise n'assure qu'une partie infime de l'offre et ne peut pas modifier le prix de marché en faisant varier sa seule production. Elle est assurée d'écouler toute sa production au prix d'équilibre P = 163.
A un prix P > 163, elle ne vendrait rien, les acheteurs n'ayant aucune raison de ne pas acheter le produit homogène aux autres entreprises, aux prix P = 163 (par hypothèse, information est parfaite). L'entreprise n'a pas non plus intérêt à vendre son produit à un prix P < 163 dans la mesure où elle peut vendre tout ce qu'elle produit au prix P = 163. On peut représenter, sur la figure 1, une ligne parallèle à l'axe des quantités, au niveau P = 163. Cette droite illustre la relation « prix – quantités demandées à l'entreprise ».
Cette ligne de prix représente aussi la recette moyenne et la recette marginale P = RM = Rm = 163.
Pour maximiser le profit, l'entreprise doit produire et vendre la quantité qui lui permet d'égaliser le coût marginal et la recette marginale. Elle obtient l'égalité. P = Rm = Cm = 163, pour la quantité Q = 9.
Le profit moyen ∏M = RM – CM.
Le profit total ∏T = ∏M × Q.
Pour Q = 9 ⇒ CM = 89 ; ∏M = 163 – 89 = 74 (segment BC, voir figure suivante) et ∏T = 74 × 9 = 666.
Le profit total est représenté par la surface du rectangle (ABCD).

P = RM = Rm





b- Afin de vérifier si la solution trouvée dans la question précédente correspond bien au maximum de profit, on peut représenter sur un graphique la recette totale et le coût total de façon à mettre en évidence le profit total (∏T = RT – CT).

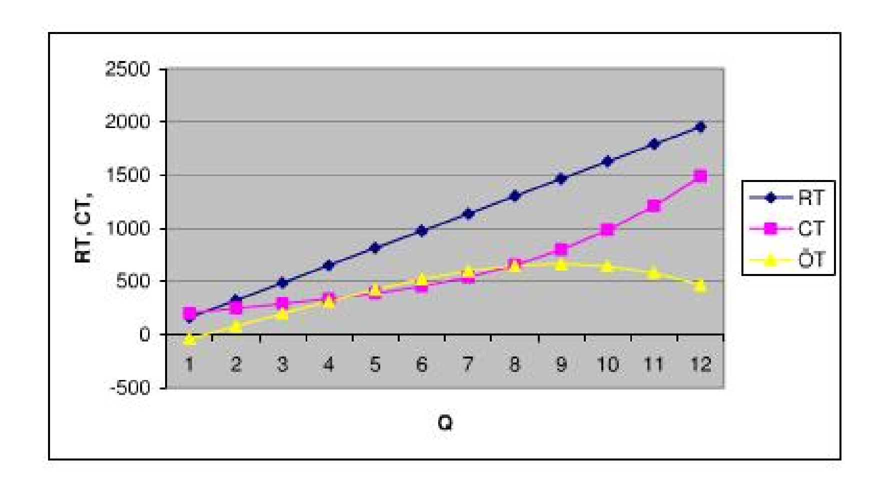
Le tableau suivant présente les valeurs de la recette totale et du coût total pour les valeurs de Q allant de 1 à 12. Ces valeurs sont obtenues en remplaçant Q par sa valeur dans les fonctions :

$RT = 163 \times Q$ et $CT = Q^3 - 8Q^2 + 64Q + 144$.

On calcule, par exemple, pour Q = 1 : RT = 163 et CT = 1 – 8 + 64 + 144 = 201.

Pour Q = 2 : RT = 163 × 2 = 326 et CT = 8 – 32 + 128 = 248.

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
RT	163	326	489	652	815	978	1141	1304	1467	1630	1793	1956
CT	201	248	291	336	389	456	543	656	801	984	1211	1488
∏T	-38	78	198	316	426	522	598	648	666	646	582	468



- On peut observer que pour la quantité Q = 9, la différence entre la recette totale et le coût total est maximal (1467-801). Pour cette quantité, la courbe du ∏T passe par un maximum égal à 666.

- Pour que la courbe représentative de la fonction de profit total passe par un maximum, il faut que la dérivée première du ∏T (Q) soit nulle et que sa dérivée seconde soit négative.
- Sachant que : $\prod T = RT - CT = 163Q - (Q^3 - 2Q^2 + 64Q + 144) = -Q^3 + 8Q^2 + 99Q - 144$.

Première condition : $\frac{d\prod T}{dQ} = -3Q^2 + 16Q + 99 = 0$

Les deux racines de l'équation du second degré sont :

$$Q_1 = \frac{-8 + \sqrt{64} + 297}{-3} = -3{,}67.$$

$$Q_2 = \frac{-8 - \sqrt{64} + 297}{-3} = 9.$$

Deuxième condition : $\prod T'' = -6Q + 16 < 0$.

Pour Q = -3,67 $\Rightarrow \prod T'' = (-6x - 3{,}67) + 16 = 38{,}02$.

Pour Q = 9 $\Rightarrow \prod T'' = -38$.

Ainsi pour Q = 9 : ∏T'est nulle et ∏T'' est négative. L a courbe de profit total passe par un maximum.

d- En courte période, la courbe d'offre d'une entreprise correspond à sa courbe de coût marginal, dans sa partie croissante, supérieure à la courbe de coût variable moyen.
L'interprétation des points K, J, I et B est la même pour les points D, C, B et A de la courbe 4.5 section 2 chapitre3.

